


Тема 8. Двоичная арифметика.

Арифметические операции во всех позиционных системах счисления выполняются по одним и тем же хорошо известным правилам.

8.1. Сложение.

Рассмотрим сложение чисел в двоичной системе счисления. В его основе лежит таблица сложения одноразрядных двоичных чисел:

$$\begin{aligned}0+0 &= 0 \\0+1 &= 1 \\1+0 &= 1 \\1+1 &= 10\end{aligned}$$


Единица переноса.

Важно обратить внимание на то, что при сложении двух единиц происходит переполнение разряда и производится перенос в старший разряд единицы. Переполнение разряда наступает тогда, когда величина числа в нем становится равной или большей основания.

Сложение многоразрядных двоичных чисел происходит в соответствии с вышеприведенной таблицей сложения с учетом возможных переносов из младших разрядов в старшие.

В качестве примера сложим в столбик двоичные числа 110_2 и 11_2 :

$$\begin{array}{r}+ 110_2 \\ 11_2 \\ \hline 1001_2\end{array}$$

Проверим правильность вычислений сложением в десятичной системе счисления.

Переведем двоичные числа в десятичную систему счисления и затем их сложим:

$$110_2 = 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 6_{10};$$

$$11_2 = 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 3_{10};$$

$$6_{10} + 3_{10} = 9_{10}.$$

Теперь переведем результат двоичного сложения в десятичное число:

$$1001_2 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 9_{10}$$

Например, сложение двух чисел $23,75$ и $25,5$ дает результат:

$$\begin{array}{r}10111,11 \\ + 11001,10 \\ \hline\end{array}$$

$$110001,01$$

Сложение трех чисел 365 , 346 и 383

$$\begin{array}{r}101101101 \\ + 101011010 \\ 101111111 \\ \hline\end{array}$$

$$10001000110$$

8.2. Вычитание.

В основе лежит таблица вычитания одnorазрядных двоичных чисел. При вычитании из меньшего числа (0) большего (1) производится заем из старшего разряда. При вычитании необходимо помнить, что занятая в ближайшем старшем разряде единица дает две единицы младшего разряда. Если в соседних старших разрядах стоят нули, то приходится занимать единицу через несколько разрядов. При этом единица, занятая в ближайшем значащем старшем разряде, дает две единицы младшего разряда и единицы во всех нулевых разрядах, стоящих между младшим и тем старшим разрядом, у которого бралась единица.

В таблице заем обозначен 1 с чертой:

$$0-0 = \underline{0}$$

$$0-1 = \underline{1}1$$

$$1-0 = 1$$

$$1-1 = 0$$

Вычитание многоразрядных двоичных чисел происходит в соответствии с вышеприведенной таблицей вычитания с учетом возможных заемов из старших разрядов. В качестве примера произведем вычитание двоичных чисел 110_2 и 11_2 :

$$\begin{array}{r} . 110_2 \\ - 11_2 \\ \hline 11_2 \end{array}$$

Пример вычитания 174 из 197:

$$\begin{array}{r} 11000101 \\ -10101110 \\ \hline 00010111 \end{array}$$

8.3. Умножение.

В основе умножения лежит таблица умножения одnorазрядных двоичных чисел:

$$0*0 = 0$$

$$0*1 = 0$$

$$1*0 = 0$$

$$1*1 = 1$$

Умножение многоразрядных двоичных чисел происходит в соответствии с вышеприведенной таблицей умножения по обычной схеме, применяемой в десятичной системе счисления с последовательным умножением множимого на цифры множителя. В качестве примера произведем умножение двоичных чисел:

$$\begin{array}{r} \times 110_2 \\ \underline{11_2} \\ 110 \\ \underline{110} \\ 10010_2 \end{array}$$

Пример умножения 23,25 на 2,75:

$$\begin{array}{r}
 10111,01 \\
 \times \quad 10,11 \\
 \hline
 1011101 \\
 1011101 \\
 1011101 \\
 \hline
 111111,1111
 \end{array}$$

8.4. Деление.

Операция деления выполняется по алгоритму, подобному алгоритму выполнения операции деления в десятичной системе счисления. В качестве примера произведем деление двоичного числа 110_2 и 11_2 :

$$\begin{array}{r}
 .110_2 \mid \underline{11}_2 \\
 \underline{11} \quad \mid 10_2 \\
 0
 \end{array}$$

Пример деления 430 на 10:

$$\begin{array}{r}
 110101110 \mid 1010 \\
 -1010 \quad \quad \quad \mid 101011 \\
 \hline
 110 < 1010 \\
 1101 \\
 -1010 \\
 \hline
 111 < 1010 \\
 1111 \\
 -1010 \\
 \hline
 1010 \\
 -1010 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

Пример: разделить 9 на 4:

$$\begin{array}{r}
 1001 \mid 100 \\
 -100 \quad \mid 10,01 \\
 \hline
 01 < 100 \\
 10 < 100 \\
 100 \\
 -100 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

Таким образом, при делении двух чисел, если очередное делимое больше делителя, в частное записывается единица и к остатку от вычитания делителя из делимого сносится очередная цифра делимого. Если же делимое меньше делителя, то в частное записывается нуль и сносится очередной разряд делимого. Если сносится первая цифра дробной части делимого, то в частное заносится запятая.